



ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА
ОЛИМПИАДЫ ДЛЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ
«ТВОЙ ИНТЕЛЛЕКТ – ТВОЕ БУДУЩЕЕ»

ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА
КЛАССЫ: 10-11

1. В каком году XX века родился человек, если в 1997 году произведение цифр лет, прожитых им, уменьшенное в 4 раза, на 3 меньше суммы цифр года его рождения.

2. По дороге мимо наблюдателя проехали через равные промежутки времени автобус, мотоцикл и автомобиль. Мимо другого наблюдателя они проехали с такими же промежутками времени, но в другом порядке: автобус, автомобиль и мотоцикл. Найти скорость автобуса, если скорость автомобиля 60 км/ч, а скорость мотоцикла 30 км/ч.

3. Найти значение выражения $\frac{x^3 + xy^2 + 2x^2y + 2y^3}{x^3 - 3y^3}$, если $\frac{x^2 + y(x + 7y)}{xy + 2y^2} = 3$.

4. Вычислить:

$$\sqrt[3]{\log_{\sqrt{2}}\left(2 \sin \frac{\pi}{8}\right) + \log_{\sqrt{2}}\left(\cos \frac{\pi}{8}\right)}.$$

5. Найти все решения уравнения $7^{2 \sin x} = \frac{1}{\left(2\sqrt{11+6\sqrt{2}} - \sqrt{9-4\sqrt{2}}\right)}$,
удовлетворяющие условию $\operatorname{tg} x < 0$.

6. Вычислить:

$$\operatorname{tg}\left(\arccos \frac{3}{5} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

7. Решить уравнение: $\frac{x^2}{3} + \frac{48}{x^2} = 10 \cdot \left(\frac{x}{3} - \frac{4}{x}\right)$.

8. Мне в данный момент вдвое больше лет, чем моему брату было тогда, когда мне было столько лет, сколько ему теперь. Когда моему брату будет столько лет, сколько мне теперь, тогда сумма наших возрастов будет равна 63 годам. Сколько лет каждому из нас в данный момент?

9. Группа студентов сдавала экзамен. Оказалось, что процент студентов, сдавших экзамен, находится в интервале от 96,7% до 97,1% (включительно) от общего числа студентов группы. Определить минимально возможное число студентов в данной группе.

10. Решить тригонометрическое уравнение:

$$\cos \pi \frac{x}{31} \cdot \cos 2\pi \frac{x}{31} \cdot \cos 4\pi \frac{x}{31} \cdot \cos 8\pi \frac{x}{31} \cdot \cos 16\pi \frac{x}{31} = \frac{1}{32}.$$

11. Высота прямоугольного треугольника ABC , опущенная на гипотенузу, равна 9,6. Из вершины C прямого угла треугольника проведен перпендикуляр CM , равный 28. Найти расстояние от точки M до гипотенузы AB .

12. Даны стороны параллелограмма $a = 4$ и $b = 6$. Найти отношение объемов тел, полученных при вращении параллелограмма вокруг стороны a и вокруг стороны b .

Ключи

№ задания	Правильные ответы
1	1912
2	40
3	– 3
4	– 1
5	$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$
6	$\frac{1}{2}$
7	$3 \pm \sqrt{21}; 6$
8	Мне – 28 лет; брату – 21 год
9	31
10	$x_1 = 2n$ при $n \neq 31k$ ($n, k \in Z$); $x_2 = \frac{31}{33}(2n + 1)$ при $n \neq 31k + 16$ $(n, k \in Z)$
11	29,6
12	1,5

Список литературы для подготовки к олимпиаде

- 1) Олимпиадные задания по математике. 5 – 11 классы / авт.-сост. О.Л. Безрукова. – Волгоград: Учитель, 2009. – 143 с.
- 2) Элементы математики в задачах: через олимпиады и кружки - к профессии / Под общ. ред.: А.А. Заславский, А.Б. Скопенков, М.Б. Скопенков. М.: МЦНМО, 2018.
- 3) Федоров Р.М., Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К., Яценко И.В., Московские математические олимпиады 1993-2005, М. МЦНМО, 2008.